САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Сюсина Ольга Михайловна

РАЗВИТИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ВЕРОЯТНОСТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ МАЛЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Специальность 01.03.01 – астрометрия и небесная механика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2012

Работа выполнена в ОСП НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Черницов Александр Михайлович.

Официальные оппоненты:

Чернетенко Юлия Андреевна
доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник,
Институт прикладной астрономии РАН, ведущий научный сотрудник;

Шапорев Сергей Дмитриевич
доктор физико-математических наук, профессор,
Балтийский государственный технический университет, заведующий кафедрой.

Ведущая организация:

Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга МГУ.

Защита диссертации состоится 9 апреля 2013 г. в 15 ч. 30 м. на заседании диссертационного совета Д 212.232.15 при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., 28, ауд. 2143 (Математико-механический факультет).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СГ

Автореферат разослан <_______________> 201__ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Орлов Виктор Владимирович

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы

Актуальность проблемы, рассматриваемой в работе, определяется возросшим в последнее время интересом к исследованию движения малых тел (астероидов и комет) Солнечной системы, что вызвано рядом причин. Основной из них является осознание того, что исследование орбитальной динамики малых тел проливает свет на эволюцию Солнечной системы в целом. Значительное увеличение количества открываемых в настоящее время астероидов и комет (общее количество открытых к настоящему времени объектов уже более пятисот тысяч и процесс обнаружения новых, ранее не наблюдавшихся, объектов активно продолжается) требуют развития эффективных вероятностных и численных методов и средств их реализации, способствующих более точному исследованию движения объектов.

Цели работы

Целью настоящей работы является совершенствование и разработка математических методов вероятностного описания движения малых тел Солнечной системы, а также их применение к решению ряда практических задач.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

1. Разработаны в линейной и нелинейной постановке эффективные методы определения областей возможных значений параметров орбит малых тел по граничным поверхностям доверительных областей. Для варианта, когда доверительная область может быть с высокой точностью представлена в параметрическом пространстве в виде эллипсоида, разработано три линейных алгоритма отображения возможных значений параметров орбит на его граничную поверхность. Для варианта, когда представление доверительной области в виде эллипсоида неправомерно и граничная поверхность задается в виде уровенной поверхности, определяемой целевой функцией, разработан более трудоемкий нелинейный способ отображения на эту поверхность.

2. Разработаны и исследованы различные способы определения в параметрическом пространстве точности аппроксимации доверительных областей эллипсоидами, которая рассматривается как характеристика (показатель) нелинейности и позволяет судить в какой постановке (линейной или нелинейной) надо решать задачу построения области возможных значений параметров орбиты рассматриваемого объекта.
3. Исследованы особенности задачи наименьших квадратов (НК) и построения начальных областей возможных значений параметров орбит в разных системах координат.
4. Разработан комбинированный метод отображения во времени начальной области возможных значений параметров орбит, включающий в себя линейное и нелинейное отображения.
5. Исследован способ отбраковки наблюдений и введения весовых множителей, основанный на уменьшении объемов доверительных областей.

Научная новизна работы

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Разработаны алгоритмы построения граничных поверхностей доверительных областей в линейной и нелинейной постановке.
2. Предложены варианты приближенных и более точного, имеющего простое геометрическое толкование, способов вычисления показателей нелинейности.
3. Показано, что при решении задач НК и определении начальных областей возможных значений параметров орбит малых тел, наблюдаемых в одной оппозиции, лучшей системой параметров орбит являются декартовы координаты и скорости.
4. Предложен комбинированный способ отображения во времени начальных областей возможных значений параметров орбит, включающий в себя линейное и нелинейное отображения.
5. Предложены способы отбраковки наблюдений и введения весовых множителей, основанные на предположении, что лучшей выборкой

наблюдений и лучшими весовыми множителями является вариант, в котором определяемая доверительная область имеет меньшие размеры.

6. Определены показатели нелинейности в задачах построения начальных областей возможных значений параметров орбит 412 АСЗ, наблюдавшихся в одной оппозиции.

Практическая значимость работы

Представленные в работе методы и разработанное на их основе программно-математическое обеспечение могут быть использованы в задачах исследования вероятностной эволюции движения малых тел Солнечной системы, построения эфемерид их движения, идентификации объектов, а также в задачах определения вероятности столкновения исследуемых объектов с большими планетами. Особенностью методов является их направленность на уменьшение объема вычислений, которое достигается следующим образом:

1. Применение быстрых и более точных оценок показателей нелинейности для выбора линейных либо нелинейных методов построения областей возможных значений параметров орбит объектов. В частности, в работе получены такие оценки для 412 АСЗ, которые наблюдались в одной оппозиции. На основе полученных оценок даются четкие рекомендации по использованию алгоритмов построения доверительных областей.
2. Представление областей возможных значений параметров орбит в виде граничных поверхностей доверительных областей, что позволяет осуществлять нелинейные отображения областей во времени значительно меньшим количеством возможных траекторий объектов.
3. Применение комбинированного способа отображения во времени начальных областей возможных значений параметров орбит, что позволяет уменьшить интервал времени, на котором нужно использовать трудоемкое нелинейное отображение, основанное на расчете ансамбля большого числа возможных траекторий объекта.

Кроме того, предлагаемый в работе способ отбраковки наблюдений и введения весовых множителей в ряде случаев позволяет повысить точность НК-оценок параметров орбит объектов и уменьшить размеры вероятностного разброса возможных значений этих параметров.

Результаты, выносимые на защиту

1. Алгоритмы построения граничных поверхностей доверительных областей, определяемых в линейной и нелинейной постановке.
2. Способы определения показателей нелинейности в задачах построения областей возможных значений параметров орбит малых тел и их применение к АСЗ, наблюдавшихся в одной оппозиции.
3. Комбинированный способ отображения во времени областей возможных значений параметров орбит, включающий в себя линейное и нелинейное отображения.

Апробация работы

По результатам исследования опубликованы 25 работ, из которых 11 статей в российских изданиях (Черницов и др., 2006a; Черницов и др., 2007a; Черницов и др., 2007b; Сюсина и др., 2009; Сюсина и др., 2010b; Сюсина и др., 2011a; Сюсина и др., 2011b; Сюсина и др., 2011c; Сюсина и др., 2011d; Сюсина и др., 2011e; Сюсина и др., 2012), входящих в перечень рецензируемых научных изданий, а также 14 работ в других изданиях (Дубас, 2005; Дубас и др., 2005; Дубас, 2006a; Дубас, 2006b; Дубас, 2008; Дубас, 2009; Черницов и др., 2006b; Черницов и др., 2006c; Chernitsov et.all, 2007; Сюсина и др., 2010a; Сюсина и др., 2010c; Сюсина и др., 2010d; Сюсина и др., 2010e; Сюсина и др., 2010f). Результаты исследований докладывались на 14 научных конференциях:

1. XXXIV Международная студенческая научная конференция, г. Екатеринбург, 31 января–4 февраля 2005 г.
2. Всероссийская астрономическая конференция "Околоземная астрономия – 2005", г. Казань, 19–24 сентября 2005 г.

3. V Всероссийская научная конференция «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики», г. Томск, 3–5 октября 2006 г.
4. XXXV Международная студенческая научная конференция, г. Екатеринбург, 30 января–3 февраля 2006 г.
5. Международная научная конференция "Современные проблемы астрономии", г. Одесса, 2007 г.
6. International astronomical meeting "Dynamics of Solar System Bodies" in Siberia, Tomsk, July 27–31, 2008 г.
7. VI Всероссийская научная конференция «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики», г. Томск, 30 сентября – 2 октября 2008 г.
8. Всероссийская конференция «Современная баллистика и смежные вопросы механики», г. Томск, 17 – 19 ноября 2009 г.
9. XXXVIII Международная студенческая научная конференция, г. Екатеринбург, 2 – 6 февраля 2009 г.
10. Всероссийская астрономическая конференция (ВАК–2010) "От эпохи Галилея до наших дней", пос. Нижний Архыз, 12 – 19 сентября 2010 г.
11. Всероссийская конференция с участием зарубежных ученых «Математическое и физическое моделирование опасных природных явлений и техногенных катастроф», г. Томск, 18–20 октября 2010 г.
12. VII Всероссийская научная конференция «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики», г. Томск, 12 – 14 апреля 2011 г.
13. Международная конференция "Околоземная астрономия – 2011", Красноярск, 5 – 10 сентября 2011 г.
14. II Всероссийская Молодежная научная конференция "Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики", г. Томск, 11-13 апреля 2012 г.

Результаты, представленные в диссертации, включены в отчеты по проекту № 2.1.1/2629 «Развитие и применение основанных на параллельных вычислениях математических моделей сложных космических систем естественного и искусственного происхождения», выполняемого в рамках АВЦП «Развитие потенциала высшей школы»; в отчеты по гос. контрактам № П1247 и № П882 в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России»; в отчеты по грантам РФФИ № 05-02-17043 и № 11-02-00918-а.

Во всех работах, написанных совместно с А.М. Черницовым и В.А. Тамаровым, А.М. Черницову принадлежит выбор тем исследования, постановка задач и обсуждение полученных результатов. В.А Тамаров принимал участие в тестировании на упрощенных моделях численных расчетов и подготовке публикаций. Соавторы А.П. Батурин (Сюсина и др., 2011e) и А.А. Кудашкина (Сюсина и др., 2010c; Сюсина и др., 2010f) принимали участие в тестировании ряда численных расчетов, связанных с построением численной теории движения кометы Гершель-Риголле. Соавторы работы (Черницов и др., 2007b) В.А. Авдюшев и М.А. Баньщикова принимали участие лишь в численном эксперименте для спутника Юпитера Himalia, результаты которого в диссертации не приводятся.

Автору во всех публикациях принадлежит разработка рабочих алгоритмов, их программная реализация и проведение всех численных экспериментов, включенных в диссертацию.

Краткое содержание диссертационной работы

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованных источников (99 наименований), двух приложений, содержит 23 рисунка и 15 таблиц. Объем диссертации составляет 117 страниц.

Во введении дано обоснование актуальности проблемы, решаемой в диссертации; сформулированы цель, новизна и практическая значимость исследований; приведены результаты, выносимые на защиту; список публикаций и апробация работы, описана структура диссертации.

В первой главе дано общее описание рассматриваемой в диссертационной работе вероятностной модели движения малых тел Солнечной системы. Рассмотрена структура правых частей уравнений движения и приведен анализ точности численного интегрирования системы уравнений методом Эверхарта. Подробно изложены вопросы, связанные с определением НК-оценок начальных параметров орбит и матриц ковариаций.

В частности, приведены особенности итерационного метода дифференциальных поправок (метод Гаусса-Ньютона) решения задачи улучшения начальных параметров орбит в зависимости от интервала наблюдаемости объекта, выбора системы начальных параметров орбиты и начального момента времени для задач с моделируемыми и реальными наблюдениями. Анализ улучшения орбит всех исследуемых астероидов показал, что в случае наблюдаемости объекта в одном появлении процесс улучшения начальных параметров следует проводить в пространстве декартовых переменных, так как в этом случае скорость сходимости метода дифференциальных поправок будет выше, а область сходимости шире. Для большинства объектов, наблюдавшихся в двух и более оппозициях, выбор параметрического пространства кеплеровых или декартовых переменных не оказал значительного влияния на свойства итерационного процесса метода дифференциальных поправок.

В конце главы рассматриваются возможные варианты построения весовых матриц ошибок наблюдений.

Во второй главе диссертации приводится краткий обзор методов построения областей возможных значений параметров орбиты малых тел, разработанных ранее другими авторами, и излагается линейная и нелинейная постановка задачи построения начальных и отображаемых во времени областей возможных значений параметров орбиты малых тел.

В рамках линейной теории оценивания наименьшие по размерам начальные доверительные области представляют собой 6-мерные эллипсоиды, определяемые выражениями (Beale, 1960; Bates, Watts, 1980; Шеффе, 1980; Дрейпер, Смит, 1986)

$$(\boldsymbol{q}-\hat{\boldsymbol{q}})^T[\boldsymbol{R}^T(\hat{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{W}\boldsymbol{R}(\hat{\boldsymbol{q}})](\boldsymbol{q}-\hat{\boldsymbol{q}}) \cong \sigma_0^2 mF(m;n-m;\gamma^*) \cong \sigma_0^2(k_\gamma)^2, \qquad (1)$$

где $\hat{\mathbf{q}}$ – НК-оценка определяемых параметров $\mathbf{q}=(q_1,\ldots,q_m)$, $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{q})=\partial\boldsymbol{d}(\boldsymbol{q})/\partial\boldsymbol{q}$ – матрица частных производных от измеряемых параметров $\mathbf{d}=(d_1,\ldots,d_n)$ по определяемым $\mathbf{q}=(q_1,\ldots,q_m)$, σ_0 – среднеквадратическая ошибка единицы веса, величина $F(m;n-m;\gamma^*)=F^*$ есть верхняя квантиль для $F(m;n-m)$-распределения, W – весовая матрица. Тогда вершины доверительных эллипсоидов могут быть получены по следующим формулам

$$\mathbf{q}^i = \hat{\mathbf{q}} \pm k_\gamma \sqrt{\lambda_i}\mathbf{V}_i, \tag{2}$$

где λ_i и $\mathbf{V}_i$ – собственные значения и собственные вектора ковариационной матрицы $\hat{\boldsymbol{D}} = \sigma_0^2[\boldsymbol{R}^T(\hat{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{W}\boldsymbol{R}(\hat{\boldsymbol{q}})]^{-1}$.

Возможны различные способы построения доверительных эллипсоидов. В диссертации были исследованы три подхода к решению этой задачи.

В первом способе (a) моделируемые методом Монте-Карло случайные точки заполняют весь объем эллипсоида по следующей схеме (Айвазян, 1983)

$$\mathbf{q}^j = \hat{\mathbf{q}} + \mathbf{A}\eta_j^T. \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{A}$ – треугольная матрица, такая, что $\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \hat{\mathbf{D}}$; $\boldsymbol{\eta}_j$ – вектор, компоненты которого $\boldsymbol{\eta}_j \in N(0,1)$ – независимые нормально распределенные случайные числа с единичной дисперсией.

Во втором (b) – случайные точки заполняют только граничную поверхность эллипсоида, с помощью следующего алгоритма (Сюсина и др., 2009)

$$\mathbf{q}_j^* = \hat{\mathbf{q}} + \frac{k_\gamma}{|\eta_j|} A\eta_j^T. \tag{4}$$

В третьем способе случайные точки заполняют пограничный эллипсоидальный слой.

Численное сравнение эффективности представленных алгоритмов (3) и (4) построения начальных доверительных областей приводится для астероида 2011 AG5 (рисунок 1). Для сравнения доверительных областей, построенных с помощью различных алгоритмов, использовались вершины доверительного эллипсоида, определяемые с вероятностью накрытия "точных" значений параметров орбиты, равной 0.997 (на рисунке они обозначены символами "+").

Как видно из рисунка, в способе представления доверительной области ее граничной поверхностью, 10000 точек полностью определяют доверительный эллипсоид, тогда как для его определения с помощью алгоритма (a) такого количества точек недостаточно. Численные оценки показывают, что для построения доверительных областей в 6-ти мерном параметрическом пространстве этим способом с точностью, сравнимой со способом задания доверительной области ее граничной поверхностью, требуются миллионы точек. Следует также отметить, что при отображении доверительных областей в 3-х мерное декартово пространство с плотностью отображаемых точек, равной плотности распределения точек в исходном 6-и мерном пространстве, должны быть уменьшены размеры доверительных эллипсоидов. В этом случае множитель k^* определяется соотношением (Шеффе, 1980) $k_\gamma \cong \left[pF(p;n-m;\gamma)^{1/2}\right]$, где $p = 3$.

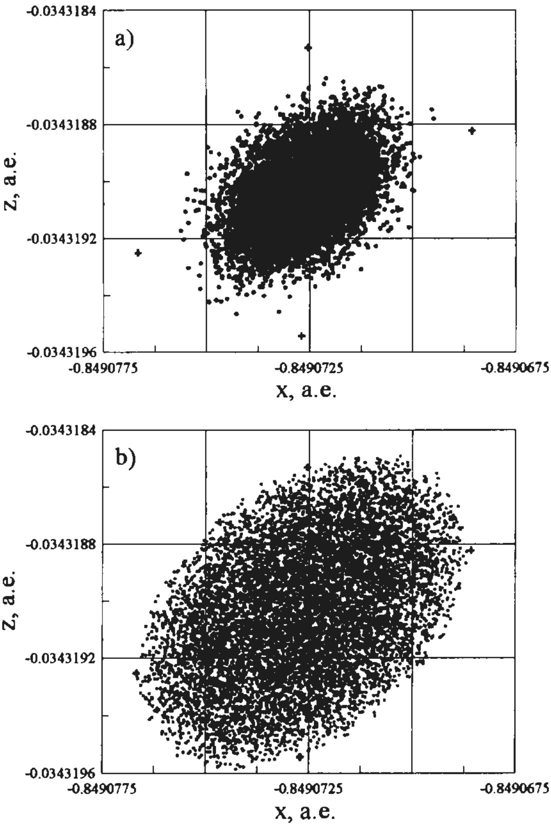

Рисунок 1 — Проекции начальных доверительных областей астероида 2011 AG5, определяемых 10000 точек.

К сожалению, методы определения областей возможных значений параметров орбит, основанные на линейных оценках, не всегда оправданы. В некоторых задачах необходимо использовать нелинейный подход. В этой связи становятся важными способы классификации решаемых задач по степени нелинейности на слабо и сильно нелинейные, что позволит правильно выбрать метод построения таких областей. Известные способы оценивания нелинейности (Beale, 1960; Bates, Watts, 1980) представляются нам сложными. Более простой способ рассматрен в работе (Бард, 1979), где предлагается выполнять оценивание по отличию значений целевой функции определяемой линейными и нелинейными соотношениями в вершинах доверительного эллипсоида. Так как связь между вариациями целевой функции и вариациями параметров орбит нелинейная, простое сравнение целевых функций может оказаться некорректным. Поэтому мы несколько модифицировали способ Барда, вводя нормировку предлагаемой им оценки. Помимо этого, мы рассмотрели еще варианты оценивания нелинейности только по значениям целевой функции (или среднеквадратических невязок), вычисляемой в вершинах доверительного эллипсоида и определяемой точным нелинейным выражением (Дубас и др., 2005; Черницов и др., 2006а; Черницов и др., 2007а; Сюсина и др., 2009; Сюсина и др., 2011а; Сюсина и др., 2011с). Различные варианты показателей нелинейности определялись нами соотношениями

$$\varkappa=\frac{1}{2}\frac{\sigma_{\max}-\sigma_F}{\sigma_F-\sigma_0},\ \varkappa=\frac{1}{2}\frac{\sigma_{\max}-\sigma_{\min}}{\sigma_{\min}-\sigma_0},\ \varkappa=\frac{1}{2}\frac{\sigma_{\max}-\sigma_{av}}{\sigma_{av}-\sigma_0},$$

$$\varkappa=\frac{1}{2}\frac{\Phi_{\max}-\Phi_F}{\Phi_F-\Phi_0},\ \varkappa=\frac{1}{2}\frac{\Phi_{\max}-\Phi_{\min}}{\Phi_{\min}-\Phi_0},\ \varkappa=\frac{1}{2}\frac{\Phi_{\max}-\Phi_{av}}{\Phi_{av}-\Phi_0}, \qquad (5)$$

$$\varkappa=\frac{\left(\Phi_{\max}-\Phi_0\right)^{1/2}}{\bar{\sigma}_0 k_\gamma}-1.$$

Здесь использованы следующие обозначения: $\Phi_{\max}=\max\left\{\Phi\left(\mathbf{q}^j\right)\right\}$, $\Phi_{\min}=\min\left\{\Phi\left(\mathbf{q}^j\right)\right\}$, где $\Phi\left(\mathbf{q}^j\right)$ – значения целевой функции в вершинах $\mathbf{q}^j$ «доверительного» эллипсоида; $\Phi_{av}=\frac{1}{2m-s}\sum_{j=1}^{2m-s}\Phi\left(\mathbf{q}^j\right)$ – среднее из значений целевой функции в вершинах «доверительного» эллипсоида, за исключением s аномальных вершин; $\Phi_0 \equiv \Phi(\hat{\mathbf{q}})$; $\Phi_{k} = \Phi_0\left(1+\dfrac{k_\gamma}{n-m}\right)$.

Входящие в формулы (5) среднеквадратические невязки определяются через соответствующую целевую функцию посредством соотношения $\sigma = \left(\Phi/(n-m)\right)^{1/2}$.

Возникает вопрос, какой из способов задания показателей нелинейности (5) предпочтительней применять. С этой целью нами было проведено численное исследование по сопоставлению значений показателей нелинейности на основе реальных наблюдений объектов. На рисунке 2 приведены результаты такого исследования для двух объектов со слабой и сильной нелинейностью. Показано, что все показатели, несмотря на различие их значений, позволяют для каждого объекта одинаково уверенно классифицировать задачу оценивания нелинейности при принятом значении порогового показателя $\varkappa^{*}$=0.1. и стандартных значениях множителя $k_\gamma \in [3;4.5]$. Задачи, в которых показатели нелинейности $\varkappa^{*}$<0.1, можно уверенно рассматривать как слабо нелинейные, т.е. использовать эллипсоидальную аппроксимацию доверительной области. Для задач, имеющих большую практическую значимость, можно уменьшить принятое нами значение $\varkappa^{*}$ до 0.01.

Слабая нелинейность 2008TZ3 (30 суток) | Сильная нелинейность 2007FT3 (1 сутки)

Рисунок 2 — Сравнение показателей нелинейности в задачах построения начальных доверительных областей астероидов, сближающихся с Землей. В скобках указан интервал наблюдаемости объектов.

Достоверность оценок нелинейности показателями (5) тестировалась при помощи показателя, определяемого более точным, но существенно более сложным методом. Суть использованной для тестирования методики состояла в следующем.

Определялись вершины доверительного эллипсоида по формуле (2). Далее вдоль направлений $(\mathbf{q}' - \hat{\mathbf{q}})$ находились точки $\overline{\mathbf{q}}^{i}$, которые лежат на уровенной поверхности $\Phi(\mathbf{q}) = \Phi_F$. После этого вычислялись отношения отрезков модулей векторов $\varkappa_d^i = \dfrac{|\mathbf{q}^i - \overline{\mathbf{q}}^i|}{|\overline{\mathbf{q}}^i - \hat{\mathbf{q}}|}$. Значение $\varkappa_d = \max\{\varkappa_d^j\}$ принималось нами в качестве эталонной меры нелинейности решаемой задачи. Показатель нелинейности $\varkappa_d$ есть достаточно точная характеристика отклонения построенного доверительного эллипсоида от реальной доверительной области в направлениях на вершины эллипсоида. Результаты вычисления точного показателя дают значения сравнимые по порядку со значениями показателей (5). Поэтому можно применять приближенные способы для быстрой оценки степени нелинейности задачи, что позволяет выбрать, не прибегая к трудоемкому точному способу, в какой постановке (линейной или нелинейной) надо решать задачу построения области возможных значений параметров орбиты рассматриваемого объекта.

Существует ряд возможностей, позволяющих уменьшить внешнюю нелинейность исходной задачи оценивания. Как правило, наличие внешней нелинейности связывают с неудачным выбором параметрического пространства, в котором определяется доверительная область. Проведенные нами исследования (Дубас, 2005; Дубас и др., 2005; Черницов и др., 2006a; Chernitsov et all, 2007; Сюсина и др., 2011a; Сюсина и др., 2011c) для 412 АСЗ, наблюдавшихся в одной оппозиции, показали, что лучшим параметрическим пространством, в котором следует определять для таких объектов доверительные области, а также непосредственно решать задачи НК, является декартово пространство. Выбор для этой цели другого параметрического пространства, например, кеплерового или его аналогов, значительно увеличивает внешнюю нелинейность и ухудшает свойства методов решения задач НК. Результаты данного исследования представлены на рисунке 3.

Декартово пространство Кеплерово пространство

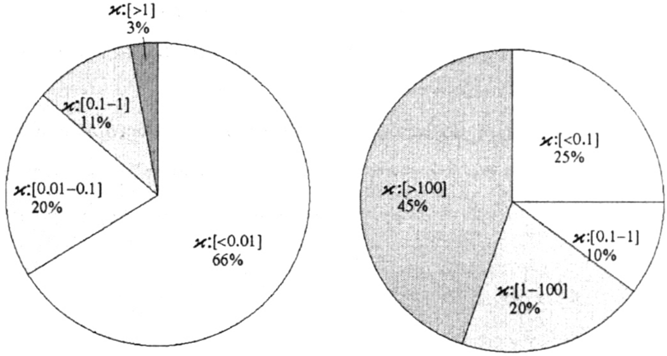

Рисунок 3 — Диаграмма распределения по уровню нелинейности задач оценивания для 412 АСЗ, наблюдавшихся в одной оппозиции. Светлый цвет – слабая нелинейность, темный – варианты сильной нелинейности.

Кроме того, фактором, увеличивающим внешнюю нелинейность задач оценивания, может быть также неудачный "слепой" выбор начального момента времени, на который определяются доверительные области. Такой вариант возможен, если при решении задач оценивания использовать моменты времени для систем параметров орбит объектов, которые приведены в каталоге Боуэлла. Наши оценки (Черницов и др., 2006а; Черницов и др., 2006с) показали, что использование начальной системы параметров орбиты, полученной на момент времени вне интервала наблюдаемости, всегда приводит к увеличению внешней нелинейности.

Когда методы определения областей возможных значений параметров орбит, основанные на линейных оценках, не являются приемлемыми, рассматриваются два способа построения доверительных областей: заполнение случайными точками всего объема доверительной области и заполнение ими только граничной (уровенной) поверхности области. Граничную поверхность доверительной области, построенной нелинейным способом, можно определить исходя из условия, что она должна быть уровенной относительно целевой функции $\Phi(\boldsymbol{q})$:

$$\Phi(\boldsymbol{q}) = C\,. \tag{6}$$

В качестве постоянной C можно выбрать $\Phi_{\min}$, Φ_{av}, либо Φ_F. После того как постоянная C задана, составляем нелинейное уравнение

$$F(\boldsymbol{q}) = \Phi(\boldsymbol{q}) - C = 0, \tag{7}$$

где $\mathbf{q} = \hat{\mathbf{q}} + l(\mathbf{q}^j - \hat{\mathbf{q}})$; l – параметр растяжения (сжатия) вектора $\left(\mathbf{q}^j - \hat{\mathbf{q}}\right)$ до граничной поверхности; $\mathbf{q}^j$ представляет собой одну из точек, образующих доверительную область.

Уравнение (7) решаем для каждой точки $\mathbf{q}^j$ относительно параметра l методом Ньютона. Если построенная доверительная область не сильно отличается от эллипсоидальной, то выбор начального приближения для параметра l не имеет принципиального значения, и можно выбрать $l_0 = 1$. Но с увеличением нелинейности задачи оценивания свойства метода Ньютона значительно ухудшаются. В таких случаях необходимо предварительно находить более близкие к решению начальные приближения для параметра l_0. Это можно сделать, например, используя метод половинного деления.

Далее во второй главе диссертации изложены результаты исследования влияния точности используемых весовых матриц и систематической составляющей ошибок наблюдений и модели движения на размеры и расположение в параметрическом пространстве определяемой доверительной области.

В конце второй главы рассматривается комбинированный способ отображения начальной области возможных значений параметров орбиты объекта на любой заданный момент времени, сочетающий как линейный, так и нелинейный подходы для решения этой задачи. В предложенном комбинированном способе построения отображений вначале применяется линейное отображение начальной области с последующей оценкой области на нелинейность. Если показатель нелинейности $\varkappa$ оказывается больше некоторого порогового значения $\varkappa^*$, то область вычисляется линейным способом на некоторый предельный момент времени t^*, для которого она еще остается эллипсоидальной. Затем область на заданный момент времени вычисляется при помощи нелинейного отображения. Исследования показали, что предложенный комбинированный способ отображения начальных областей на произвольный момент времени дает возможность уменьшить вычислительные затраты, так как позволяет сузить интервал, на котором нужно использовать нелинейный подход, основанный на численном интегрировании уравнений движения ансамбля виртуальных объектов.

На рисунке 4 приведены результаты, полученные для астероида 2007SJ. Период обращения объекта составляет 1043.2 суток, он наблюдался в двух оппозициях и его мерный интервал охватывает ~ 1098.8 суток. Как видно из рисунка, для данного объекта можно использовать линейный подход не далее семи его оборотов в любой точке орбиты, на интервале от 7-ми до 34-х оборотов – только в области афелия. Объяснением волнообразной картины эволюции показателя нелинейности может служить тот факт, что основная деформация области возможных значений параметров происходит вдоль опорной (номинальной) орбиты. Все приведенные выше расчеты сделаны для невозмущенного движения астероидов с моделируемыми наблюдениями. Выборочные вычисления, выполненные с учетом возмущений и реальными наблюдениями, показали, что качественный характер результатов при отсутствии сближений не меняется. Для объектов, наблюдавшихся на больших интервалах времени, эффективность применения данного способа будет существенно больше, так как размеры областей возможных значений параметров орбит будут значительно меньше и линейные отображения будут возможны на больших интервалах времени.

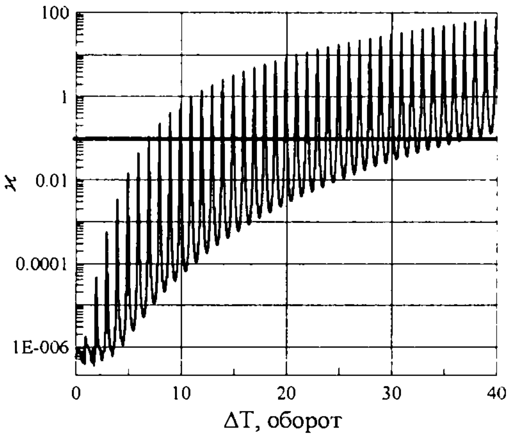

Рисунок 4 — Эволюция показателей нелинейности

В третьей главе показано, как алгоритмы построения доверительных областей могут быть использованы при выборе весовых матриц и отбраковке наблюдений. В качестве объекта, на котором проводится исследование, рассматривается комета Гершель-Риголле, имеющая ярко выраженный ряд неравноточных наблюдений удобный для проведения и демонстрации численного эксперимента. Полная выборка наблюдений кометы включает в себя визуальные наблюдения первого появления (12 наблюдений на интервале 22.12.1788 – 04.02.1789) и фотографические наблюдения второго появления (91 наблюдение на интервале 29.07.1939 – 16.01.1940). Формирование выборок наблюдений осуществляется путем отбраковки наблюдений в предположении, что лучшей выборкой и лучшей системой начальных параметров является вариант, для которого определяемая доверительная область имеет меньшие размеры (меньший объем). Оценки начальных параметров орбиты кометы Гершель-Риголле, полученные по разным выборкам наблюдений, были использованы нами для вычисления и сравнения ее эфемерид.

В заключении перечислены основные результаты диссертационной работы.

Список опубликованных работ по теме диссертации

Дубас О.М. Определение вероятностных областей движения астероидов // Тр. 34-й междунар. студ. науч. конф. "Физика космоса". Екатеринбург, 31 января–4 февраля 2005 г. Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 2005. С. 225.

Дубас О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А., Батурин А.П. Нелинейность задачи МНК при построении областей возможных движений астероидов, наблюдавшихся в одном появлении // Тез. докл. междунар. конф. "Околоземная астрономия – 2005", Казань, ИНАСАН, 19 – 24 сентября 2005г. Казань:, 2005. С. 43–44.

Дубас О.М. Применение методов наименьших квадратов в задаче построения областей возможных движений астероидов // Тр. 35-й междунар. студ. науч. конф. "Физика космоса". Екатеринбург, 30 января–3 февраля 2006 г. Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 2006а. С. 218.

Дубас О.М. Анализ влияния систематических ошибок на точность построения областей возможных движений астероидов // Матер. V Всеросс. конф. "Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики". Томск, 3–5 октября 2006г. Томск: Изд-во ТГУ. 2006b. С. 436–437.

Дубас О.М. Сравнение эффективности решения нелинейных задач наименьших квадратов в различных системах координат // Матер. VI Всеросс. конф. "Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики". Томск, 30 сентября–2октября 2008г. Томск: Изд-во ТГУ, 2008. С. 423–424.

Дубас О.М. Особенности построения доверительных областей в нелинейных задачах оценивания // Тр. 38-й междунар. студ. науч. конф. "Физика космоса". Екатеринбург, 2–6 февраля 2009г. Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 2009. С. 325.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Новые алгоритмы построения методом Монте-Карло начальных доверительных областей движения малых тел // Изв. вузов. Физика. 2009. Приложение. Т. 52. N 10/2. С. 48–55.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Анализ доверительных областей движения кометы Гершель-Риголле. // Матер. Всеросс. науч. конф "Современная баллистика и смежные вопросы механики". Томск, 17–19 ноября 2009г. Томск: Изд-во Том. ГУ, 2010a. С. 317–318.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Алгоритмы построения граничных поверхностей доверительных областей движения малых тел // Изв. вузов. Физика. 2010b. Приложение. Т. 53. N 8/2. С. 77–83.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Кудашкина А.А. Определение начальных параметров орбиты кометы Гершель-Риголле. // Тр. Всеросс. астрон. конф. ВАК–2010 "От эпохи Галилея до наших дней". пос. Нижний Архыз, 12–19 сентября 2010г. 2010c. С. 52.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Сравнение оценок нелинейности в задачах построения доверительных областей движения малых тел Солнечной системы. // Тр. Всеросс. астрон. конф. ВАК–2010 "От эпохи Галилея до наших дней". пос. Нижний Архыз, 12–19 сентября 2010г. 2010d. С. 52–53.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Алгоритмы построения доверительных областей движения астероидов // Матер. Всеросс. конф. с участием зарубеж. ученых "Математическое и физическое моделирование опасных природных явлений и катастроф". Томск, 18 – 20 октября 2010. Томск: Изд-во ТГУ, 2010е. С. 105.

Сюсина О.М, Черницов А.М., Тамаров В.А., Кудашкина А.А. Сравнение свойств метода дифференциальных поправок в различных системах координат // Матер. Всеросс. науч. конф "Современная баллистика и смежные вопросы механики". Томск, 17 – 19 ноября 2010 г. Томск: Изд-во ТГУ, 2010f. С. 319 – 320.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Методы построения доверительных областей движения малых тел Солнечной системы. // Вест. СибГАУ. Красноярск: РИО СибГАУ, 2011a. С. 15 – 20.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. К задаче определения граничной поверхности доверительной области в нелинейном случае // Изв. вузов. Физика. 2011b. Приложение. № 6/2. С. 63–70.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Оценивание нелинейности в задачах построения начальных доверительных областей движения малых тел // Изв. вузов. Физика. 2011c. Приложение. № 6/2. С. 71–77.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Комбинированный способ отображения доверительных областей движения малых тел на произвольный момент времени // Изв. вузов. Физика. 2011d. Приложение. № 6/2. С. 78–83.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А., Батурин А.П. Определение начальных параметров орбиты кометы Гершель-Риголле // Изв. вузов. Физика. 2011e. Приложение. № 6/2. С. 110–117.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Построение доверительных областей в задаче вероятностного исследования движения малых тел Солнечной системы // Астрон. вестн. 2012. Т. 46. № 3. С. 209-222

Черницов А.М., Дубас О.М., Тамаров В.А. Способы уменьшения нелинейности задачи наименьших квадратов при построении областей возможных движений астероидов // Изв. вузов. Физика. Томск: Изд-во ТГУ, 2006a. Приложение. Т. 49. № 2. С. 44–51.

Черницов А.М., Дубас О.М., Тамаров В.А. Особенности построения начальных областей возможных движений астероидов, наблюдавшихся в одном появлении // Матер. V Всеросс. конф. "Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики". Томск, 3–5 октября 2006г. Томск: Изд-во ТГУ. 2006b. С. 459–460.

Черницов А.М., Дубас О.М., Тамаров В.А. Решение нелинейных задач построения начальных областей возможных движений астероидов // Матер. V Всеросс. конф. "Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики". Томск, 3–5 октября 2006г. Томск: Изд-во ТГУ. 2006c. С. 461–462.

Черницов А.М., Тамаров В.А., Авдюшев В.А., Баньщикова М.А., Дубас О.М. Особенности определения доверительных областей в пространстве начальных параметров движения малых тел солнечной системы // Изв. вузов. Физика. Томск: Изд-во ТГУ, 2007a. Приложение. Т.50. № 12/2. С. 33–43.

Черницов А.М., Тамаров В.А., Дубас О.М. Влияние ошибок в задании весовых матриц на точность определения доверительных областей движения астероидов // Изв. вузов. Физика. Томск: Изд-во ТГУ, 2007b. Приложение. Т. 50. № 12/2. С. 52–59.

Chernitsov A.M., Dubas O.M., Tamarov V.A. Modeling of regions of asteroid possible motion // Odessa Astronomical Publications. Odessa: Astroprint, 2007. V. 20. Part 1. P. 36-39.

Список цитируемой литературы

Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Спр. изд. М.: Фин. и стат., 1983. 471 с.

Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. М.: Статистика, 1979. 349 с.

Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: Фин. и стат., 1986. Кн.1. 366 с.

Шеффе Г. Дисперсионный анализ. М.: Наука, 1980. 512 с.

Bates D.M., Watts D.G. Relative Curvature Measures of Nonlinearity // J. R. Statist. Soc. 1980. V. 42. N 1. P. 1-25.

Beale E.M.L. Confidence Regions in Nonlinear Estimation // J. R. Statist. Soc. 1960. V. 22. P. 41-88.

Подписано к печати 14.12.2012.
Формат бумаги 60 × 84 1/16. Бумага офсетная.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ 5570.
Отпечатано в отделе оперативной полиграфии Химического факультета СПбГУ.
198504, Санкт-Петербург, Петродворец, Университетский пр. 26.

10-